Grundtræning skriftlig matematik A-niveau

KBJ, marts 2023

**Opgave 1**

En funktion er bestemt ved

1. Bestem og .
2. Bestem en ligning for tangenten til grafen for , med røringspunkt .

**Opgave 2**

En funktion er bestemt ved

1. Bestem og .
2. Argumentér for, at er en alle steder voksende funktion.

**Opgave 3**

En funktion er bestemt ved

1. Bestem og .
2. Løs ligningen , og bestem monotoniforholdene for .

**Opgave 4**

En funktion er bestemt ved .

1. Bestem .
2. Bestem og .
3. Bestem en ligning for tangenten til grafen for , med røringspunkt .

**Opgave 5**

En funktion er bestemt ved .

1. Bestem .
2. Løs ligningen , og bestem monotoniforholdene for .

**Opgave 6**

En funktion er bestemt ved .

1. Bestem nulpunkterne for .
2. Bestem og .

**Opgave 7**

En funktion er bestemt ved

1. Angiv amplituden og perioden for den harmoniske svingning .
2. Bestem , og .

**Opgave 8**

En funktion er bestemt ved

1. Bestem
2. Bestem og løs ligningen .

**Opgave 9**

En funktion er bestemt ved .

1. Bestem , og .

**Opgave 10**

Løs ligningen: .

**Opgave 11**

Reducér udtrykket:

**Opgave 12**

Løs ligningen:

**Opgave 13**

Reducér udtrykket: .

**Opgave 14**

Løs ligningen:

**Opgave 15**

Reducér udtrykket:

**Opgave 16**

Løs ligningen:

**Opgave 17**

Reducér udtrykket: .

**Opgave 18**

Løs ligningen:

**Opgave 19**

Reducér udtrykket:

**Opgave 20**

Løs ligningen:

**Opgave 21**

Reducér udtrykket:

**Opgave 22**

Løs ligningen:

**Opgave 23**Reducér udtrykket:

**Opgave 24**

Bestem:

**Opgave 25**

Bestem:

**Opgave 26**

Bestem:

**Opgave 27**

Bestem:

**Opgave 28**

En funktion er bestemt ved .

Bestem den stamfunktion til , hvis graf går gennem punktet .

**Opgave 29**

En funktion er bestemt ved

Bestem den stamfunktion til , hvis graf går gennem punktet .

**Opgave 30**

Bestem:

**Opgave 31**

En funktion er bestemt ved . Det oplyses, at grafen for sammen med førsteaksen afgrænser en punktmængde i 1. og 2. kvadrant.

1. Bestem nulpunkterne for .
2. Bestem arealet af .

**Opgave 32**

En funktion er bestemt ved . Det oplyses, at grafen for sammen med koordinatsystemets akser afgrænser en punktmængde .

1. Bestem skæringspunkterne mellem grafen for og koordinatsystemets akser.
2. Bestem arealet af .

**Opgave 33**

Om en funktion oplyses, at den har stamfunktionen . Om og oplyses i følgende tabel en række funktionsværdier:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

1. Bestem .

**Opgave 34**

En funktion er bestemt ved . Det oplyses at grafen for sammen med førsteaksen og linjerne og afgrænser en punktmængde .

1. Bestem arealet af .

**Opgave 35**

En differentialligning er givet ved . Det oplyses at er en løsning til differentialligningen, der har graf gennem punktet .

1. Bestem linjeelementet for differentialligningen i punktet .
2. Bestem en ligning for tangenten til grafen for , med røringspunkt .

**Opgave 36**

En differentialligning er givet ved og en funktion ved .

1. Vis at er en løsning til differentialligningen.

**Opgave 37**

En differentialligning er givet ved .

1. Bestem den løsning til differentialligningen, hvis graf går gennem .

**Opgave 38**

En differentialligning er givet ved . En funktion er løsning til differentialligningen. Det oplyses at grafen for går gennem punktet .

1. Bestem en ligning for tangenten til grafen for i punktet .

**Opgave 39**

En differentialligning er givet ved og en funktion ved

1. Undersøg om er en løsning til differentialligningen.

**Opgave 40**

En differentialligning er givet ved . Det oplyses at løsningen har graf gennem .

1. Bestem en forskrift for .

**Opgave 41**

En differentialligning er givet ved . Det oplyses om en løsning til differentialligningen, at .

1. Bestem en ligning for tangenten til grafen for , med røringspunkt .

**Opgave 42**

En funktion er bestemt ved .

1. Undersøg om er en løsning til differentialligningen .

**Opgave 43**

En differentialligning er givet ved . En løsning til differentialligningen går gennem punktet .

1. Bestem linjeelementet for differentialligningen i punktet .
2. Bestem en forskrift for .

**Opgave 44**

En differentialligning har i punktet linjeelementet .

1. Bestem for løsningsfunktionen med graf gennem en ligning for tangenten med som røringspunkt.

**Opgave 45**

Om en funktion vides, at den har den inverse funktion . Tabellen giver en række funktionsværdier for :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

1. Bestem .

**Opgave 46**

En harmonisk svingning er bestemt ved .

1. Bestem mindste- og størsteværdierne for .
2. Bestem perioden for .

**Opgave 47**

To funktioner og er bestemt ved og .

1. Bestem .

**Opgave 48**

En funktion er bestemt ved

1. Bestem .

**Opgave 49**

En funktion er bestemt ved .

1. Bestem en forskrift for inversfunktionen .

**Opgave 50**

En harmonisk svingning er bestemt ved . Det oplyses at størsteværdien for er , og at perioden er

1. Bestem tallene og .

**Opgave 51**

En funktion er bestemt ved .

1. Bestem tallet således, at er et nulpunkt for .

**Opgave 52**

En funktion er bestemt ved .

1. Bestem .
2. Bestem nulpunkterne for .

**Opgave 53**

Det oplyses at en funktion i punktet har tangenten .

1. Bestem .

**Opgave 54**

En funktion er bestemt ved .

1. Bestem nulpunkterne for .
2. Bestem om er positiv eller negativ.

En anden funktion er bestemt ved

1. Bestem en forskrift for .

**Opgave 55**

En funktion af to variable er bestemt ved .

1. Bestem .
2. Bestem og .

**Opgave 56**

En funktion af to variable er bestemt ved .

1. Bestem og vis at er et stationært punkt.

**Opgave 57**

En funktion af to variable er bestemt ved

1. Bestem .
2. Bestem og .

**Opgave 58**

Om en funktion af to variable vides at er et stationært punkt. Endvidere vides at  
, og

1. Afgør arten af det stationære punkt .

**Opgave 59**

En funktion af to variable er bestemt ved

1. Bestem , og .
2. Bestem , samt .

**Opgave 60**

En funktion af to variable er bestemt ved

1. Bestem .
2. Bestem og bestem .
3. Bestem og bestem .

**Opgave 61**

En funktion af to variable er bestemt ved .

1. Vis at snitkurven er en parabel .
2. Bestem koordinatsættet for det punkt på grafen for , som er toppunkt for .

**Opgave 62**

En funktion af to variable er bestemt ved

1. Bestem , og bestem det stationære punkt for .
2. Bestem arten af det stationære punkt for .

**Opgave 63**

En funktion af to variable er bestemt ved

1. Vis at niveaukurven er en cirkel i -koordinatsystemet.
2. Angiv centrum og radius for cirklen .

**Opgave 64**

En funktion af to variable er bestemt ved

1. Bestem og .

**Opgave 65**

En funktion af to variable er bestemt ved

1. Bestem de partialt afledede og .

**Opgave 66**

En funktion af to variable er bestemt ved

1. Bestem .
2. Bestem gradienten i punktet .
3. Bestem , og .

**Opgave 67**

En vektorfunktion er givet ved .

1. Bestem og .

**Opgave 68**

En vektorfunktion er givet ved .

1. Bestem .
2. Bestem hvor banekurven for skærer koordinatsystemets andenakse.

**Opgave 69**

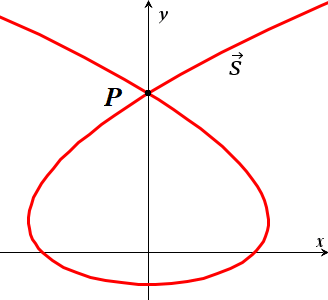
En vektorfunktion er en stedfunktion som beskriver hvor et punkt befinder sig til tidspunktet . Stedfunktionen er bestemt ved

1. Bestem hastighedsvektoren for til tidspunktet .
2. Bestem det tidspunkt , hvor har vandret tangent.
3. Bestem de to punkter på banekurven, hvor har lodret tangent.

**Opgave 70**

En vektorfunktion er givet ved

1. Bestem .
2. Undersøg, om punktet ligger på banekurven for .



**Opgave 71**

En vektorfunktion er givet ved .  
Det oplyses at banekurven for har et dobbeltpunkt på andenaksen for og .

1. Bestem
2. Bestem koordinatsættet til og tallet .

**Opgave 72**

En vektorfunktion er givet ved

1. Bestem og .
2. Bestem en parameterfremstilling for tangenten til banekurven for når .

**Opgave 73**

En vektorfunktion angiver positionen af et punkt i et koordinatsystem til tidspunktet .  
Forskriften for er bestemt til

1. Angiv de to tidspunkter, hvor banekurven for skærer andenaksen.
2. Bestem hastighedsfunktionen , samt .
3. Bestem accelerationsfunktionen , og argumentér for at denne aldrig er lodret.

**Opgave 74**

En vektorfunktion

1. Bestem , samt .
2. Bestem for det punkt, hvor tangenten til parameterkurven for er givet ved

**Opgave 75**

En vektorfunktion er bestemt ved

1. Bestem og
2. Bestem en ligning for tangenten til parameterkurven for når .

**Opgave 76**

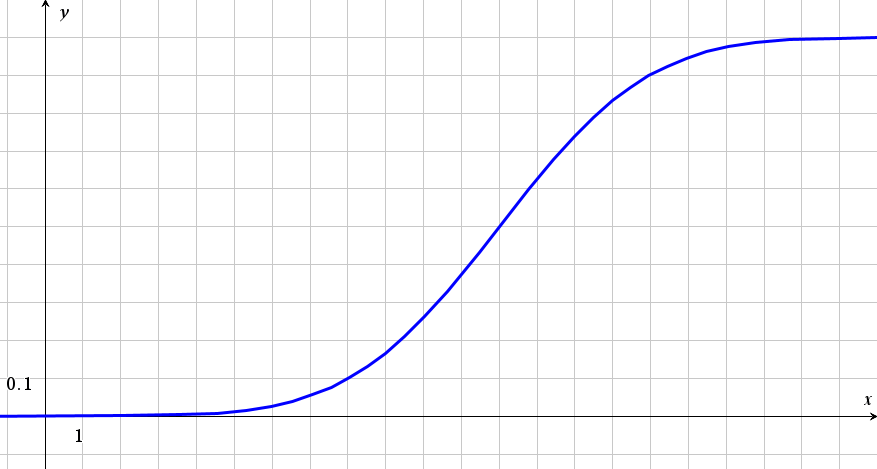
En vektorfunktion er bestemt ved

1. Bestem skæringspunktet mellem parameterkurven for og koordinatsystemets førsteakse.

**Opgave 77**

For en produktion af oksekødspakker med en påtrykt vægt på 400 gram oplyses det, at vægten af en tilfældigt valgt pakke fra produktionen kan beskrives ved en normalfordelt stokastisk variabel med middelværdi og spredning .

1. Angiv intervallet af normale udfald.
2. Undersøg om en vægt på 362 gram er exceptionelt.
3. Opskriv forskriften for tæthedsfunktionen for og angiv værdien af .

**Opgave 78**

På figuren ses grafen for fordelings­funktionen , for den normal­fordelte stokastisk variabel .

1. Angiv middelværdien for .
2. Bestem .

**Opgave 79**

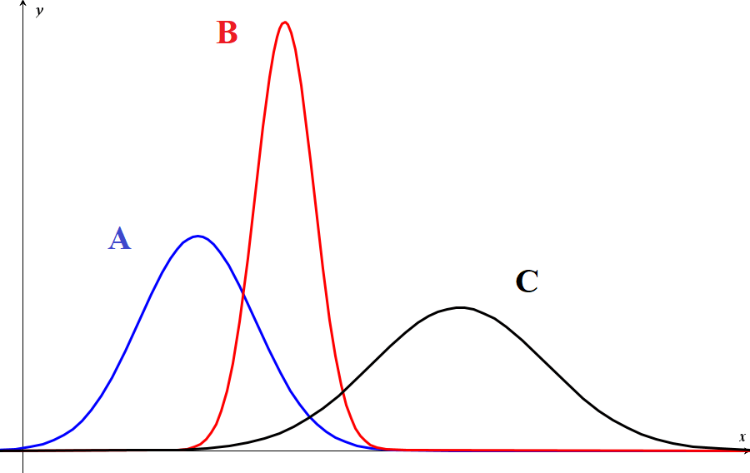
En normalfordelt stokastisk variabel beskriver højden af værnepligtige i et bestemt land. Det vides at de normale udfald for ligger i intervallet .

1. Bestem middelværdi og spredning for .
2. Undersøg om højder over 2 meter er exceptionelle.

**Opgave 80**

En stokastisk variabel er beskrevet ved tæthedsfunktionen

1. Bestem .

**Opgave 81**

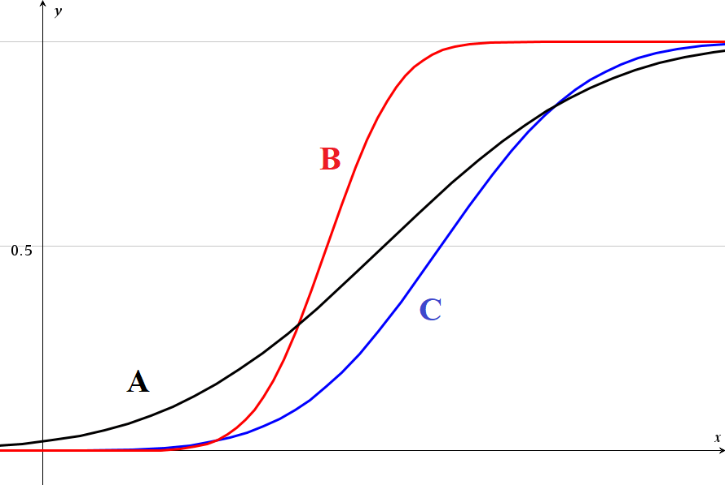
På figuren til højre ses tre grafer , og for tæthedsfunktioner for tre stokastiske variable.

1. Hvilken graf repræsenterer den stokastiske variabel med størst middelværdi.
2. Hvilken graf repræsenterer den stokastiske variabel med mindst spredning.

**Opgave 82**

En normalfordelt stokastisk variabel har middelværdi . Om tæthedsfunktionen for vides, at .

1. Bestem spredningen for .
2. Angiv intervallet af normaleudfald for .

**Opgave 83**

På figuren til højre ses tre grafer , og for fordelingsfunktioner for tre stokastiske variable.

1. Hvilken graf repræsenterer den stokastiske variabel med mindst middelværdi?
2. Hvilken graf repræsenterer den stokastiske variabel med størst spredning,

**Opgave 84**

En stokastisk variabel har middelværdi og spredning .

1. Undersøg om er et exceptionelt udfald.

**Opgave 85**

En cirkel har parameterfremstillingen: .

1. Angiv centrum og radius for cirklen, og opskriv en ligning for denne.
2. Bestem koordinatsættet til det punkt på cirklen, som svarer til .

**Opgave 86**

En cirkel er givet ved ligningen .

1. Vis at punktet ligger på cirklen.
2. Bestem en ligning for tangenten til cirklen i punktet .

**Opgave 87**

En cirkel er givet ved ligningen

1. Vis at punktet ligger på cirklen.
2. Bestem centrum og radius for cirklen.

**Opgave 88**

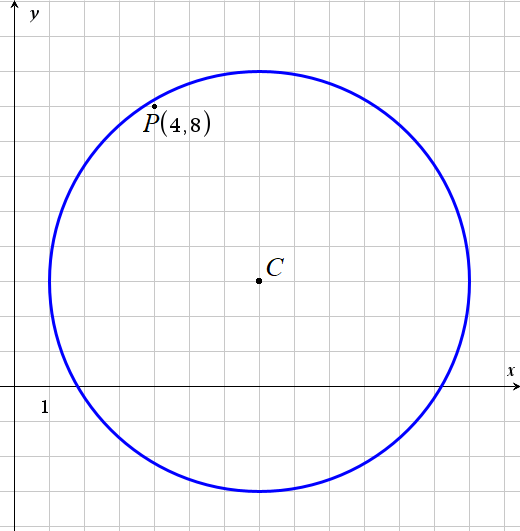
Om en cirkel oplyses, at punkter og ligger på en cirkel, samt at er en diameter.

1. Bestem centrum og radius for cirklen, og opskriv en parameterfremstilling for denne.
2. Bestem en ligning for tangenten til cirklen, med som røringspunkt.

**Opgave 89**

En cirkel er givet ved ligningen

1. Bestem en parameterfremstilling for tangenten til cirklen i punktet .

**Opgave 90**

En cirkel er tegnet i et koordinatsystem som vist på figuren til højre, med centrum i .

1. Opskriv en parameterfremstilling for cirklen.
2. Vis ved beregning, at punktet ligger inden i cirklen.
3. Bestem en ligning for den rette linje gennem og .

**Opgave 91**

En ret linje er bestemt ved parameterfremstillingen

Det oplyses at linjen skærer førsteaksen i punktet og andenaksen i punktet .

1. Bestem koordinatsæt til punkterne og .
2. Argumentér for, at afstanden .

**Opgave 92**

I et koordinatsystem er givet punkterne og .

På linjen ligger et punkt , sådan at .

1. Bestem koordinatsættet til punktet .

**Opgave 93**

En ret linje er bestemt ved ligningen

1. Bestem en parameterfremstilling for .

**Opgave 94**

En binomialfordelt stokastisk variabel har antalsparameter og sandsynlighedsparameter .

1. Bestem middelværdien og spredning .

**Opgave 95**

Hos en fast-foodkæde kan man vælge mellem 5 hovedretter, 3 slags tilbehør og 4 desserter. I et slagtilbud kan man vælge en almindelig menu med en hovedret og et tilbehør, eller en plus-menu med en hovedret, et tilbehør og en dessert.

1. Bestem hvor mange forskellige menuer der kan laves.

En person vælger tilfældigt én af alle de mulige menuer.

1. Hvad er sandsynligheden for, at personen vælger en plus-menu.

**Opgave 96**

En binomialfordelt stokastisk variabel har middelværdi og antalsparameter .

1. Bestem sandsynlighedsparameteren for .
2. Vis at spredningen for er mindre end .

**Opgave 97**

En forskningsgruppe har undersøgt om der er en sammenhæng mellem en persons højde og antal venner på et bestemt socialt medie. Undersøgelsen sker med lineær regression på et stort datasæt, hvor der søges en model på formen , hvor er højde i cm og er antal venner på det sociale medie. Konfidensintervallet for hældningstallet viser sig at være .

1. Hvilken værdi af tallet har forskningsgruppen fundet?
2. Kan man konkludere, at sammenhængen mellem højde og antal venner er voksende?

**Opgave 98**

En binomialfordelt stokastisk variabel har antalsparameter og sandsynlighedsparameter .

1. Bestem middelværdien for .

**Opgave 99**

I en spejdergruppe er der tre piger og fem drenge. To spejdere udvælges til opvasketjans.

1. Bestem sandsynligheden for at de to udvalgte er to drenge.

**Opgave 100**

En stokastisk variabel angiver i kroner nettogevinsten ved et spil. Sandsynlighedsfordelingen er:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

1. Bestem tallet , for at udbyderne af spillet i gennemsnit tjener 1 kr. pr. spil.

**Opgave 101**

En binomialfordelt stokastisk variabel har antalsparameter og sandsynlighedsparameter .

1. Bestem

**Opgave 102**

En binomialfordelt stokastisk variabel har normale udfald i intervallet .

1. Bestem middelværdi og spredning for .
2. Bestem antalsparameter og sandsynlighedsparameter for .